Analiza e të dhënave statistikore
Madhësitë mesatare

Qëllimet

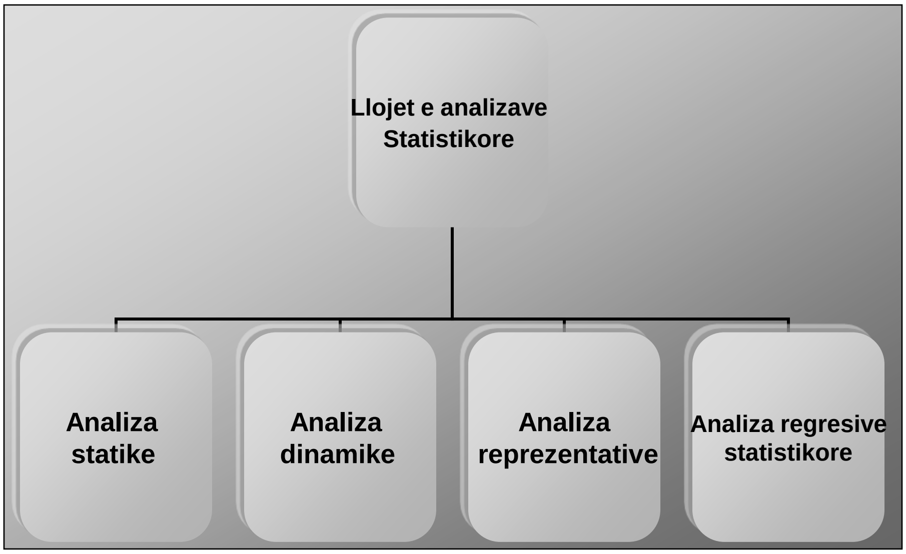
Në fund të orës së mësimit , ju duhet të jeni në gjendje që të :

- **Llogaritni mesataren *aritmetike të thjeshtë dhe të ponderuar, dhe mesataren gjeometrike.***
- **Shpjegoni karakteristikat, përdorimin , përparësitë dhe të metat e çdo njërës mesatare.**
- **Kuptoni madhësitë mesatare të pozicionit (moda dhe mediana) dhe ti llogaritni ato.**
- **Përcaktoni pozitën e mesatares aritmetike, medianës dhe modës te distribucionet simetrike dhe asimetrike.**

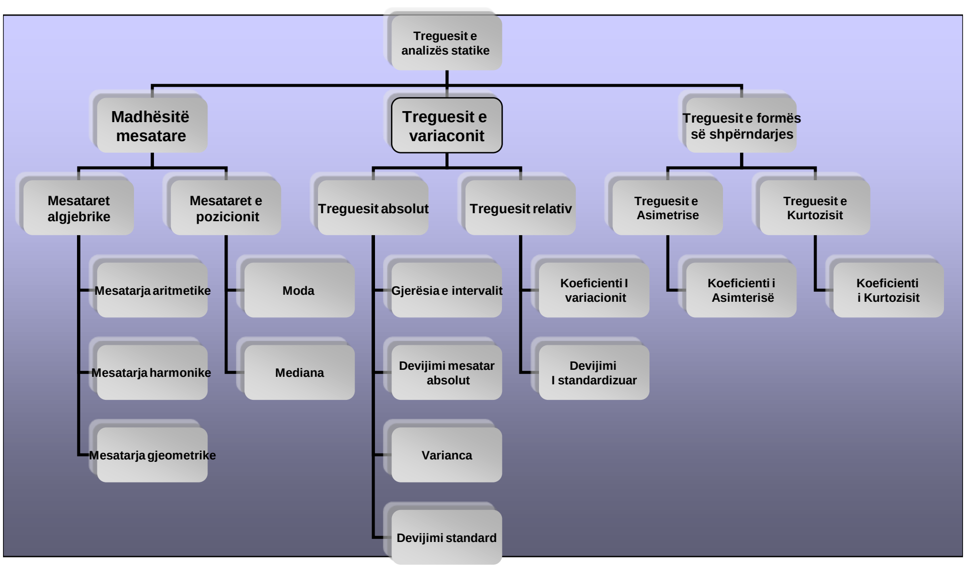
Analiza statistikore

- ***Analiza statistikore*** paraqet ***fazën e tretë*** të studimit statistikor.
- Varësisht nga qëllimi dhe objekti i studimit, gjatë analizës statistikore bëhet përpunimi i të dhënave dhe formohen tregues të ndryshëm statistikor përmes të cilëve nxirrren ***konkluzione cilësore*** për fenomenet e hulumtuara.
- Analiza statistikore ka rëndësi të veçantë se përmes saj mund të bëjmë krahasimin e të dhënave dhe rezultateve kërkimore për dy e më shumë dukuri, në kohë dhe hapësirë.

Disa nga llojet e analizave statistikore



Disa nga treguesit e analizës statike

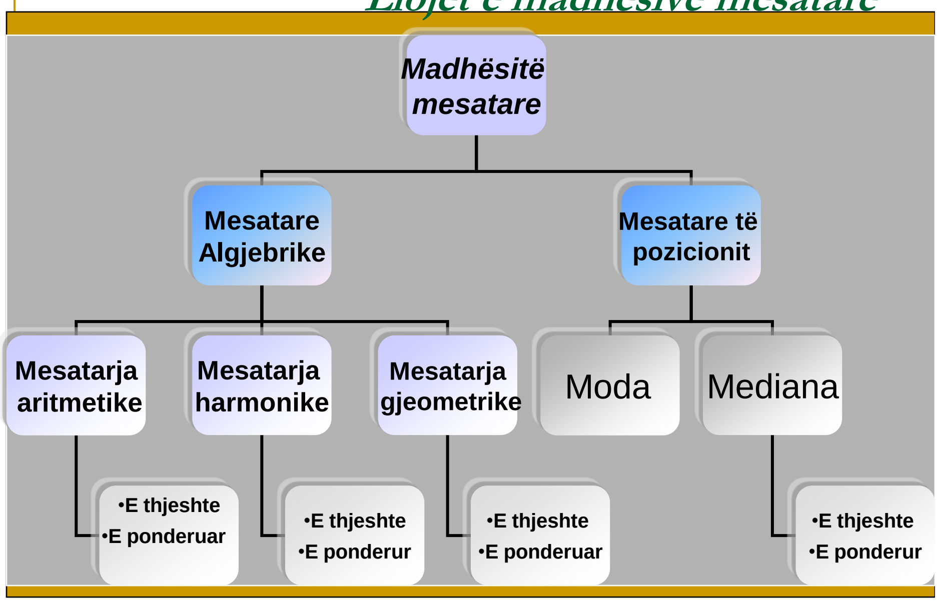


Madhësitë mesatare

- Madhësitë mesatare, gjegjësisht vlerat mesatare , janë vlera reprezentative të cilat zëvendësojnë të gjitha vlerat e veçorisë së dukurisë së dhënë.
- Vlerat mesatare llogariten vetëm nga seritë numerike të njësive statistikore.
- Sa më homogjene që të jenë të dhënat statistikore më reprezentative do të jetë vlera mesatare dhe devijimet nga ajo do të jenë më të vogla.
- Mesataret shprehin nivelin tipik të ndryshimeve të modaliteteve të grupeve homogjene me tipare sasiore.

5

Llojet e madhësive mesatare



6

Mesataret algjebrike / ***Mesatarja aritmetike***

- Mesatarja aritmetike është madhësia mesatare e përdorur më së shumti dhe prezanton nivelin tipik të zhvillimit të dukurisë.
- Ajo mund të jetë:

- ***mesatare aritmetike e populimit*** dhe
- ***mesatare aritmetike e mostrës***

Mesataja aritmetike e thjeshtë

- ***Mesatarja e populacionit***

$$Mesatarja\ e\ populacionit = \frac{Shuma\ e\ te\ gjitha\ vlerave\ ne\ populacion}{Numri\ i\ te\ gjitha\ vlerave\ ne\ populacion}$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{N}\ ose\ me\ tjeshte\ \mu = \frac{\Sigma X}{N}$$

ku

μ – *paraqet shenjen per mesataren e populacionit. Shkronje greke qe lexohet "mi"*

N – *numri i njesive ne populacion*

X – *prezanton cdo vlere te vecante*

Σ – *"sigma" shkronje greke qe tregon operacionin e mbledhjes.*

ΣX – *eshte shuma e te gjitha vlerave te* X

Mesataja aritmetike e thjeshtë

- ***Mesatarja e mostrës***

$$\text{Mesatarja aritmetike e mostrës} = \frac{\text{shuma e të gjitha vlerave ne moster}}{\text{numri i te gjitha vlerave ne moster}}$$

Ajo llogaritet për seritë e thjeshta statistikore kur numri i dendurive është i njejtë ose është i barabartë me 1 me formulën vijuese:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{N} \quad \textit{ose me thjeshte} \quad \bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

Mesatarja (Mesatarja aritmetike)

- Mesatarja është mesatare aritmetike e të dhënave numerike
  - Mesatarja e populimit

N = Madhësia e populimit

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$$

n = Madhësia e mostrës

  - Mesatarja e mostrës

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Mesatarja aritmetike - e thjeshtë

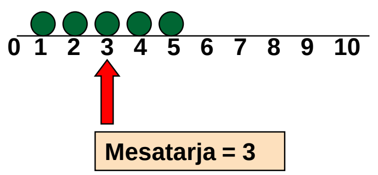
$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

- $\bar{X}$ (iks bar)-prezanton simbolin për mesataren aritmetike të mostrës
- **n**- është numri total i vrojtimeve-elementeve
- **X** - prezanton vlerat individuale.
- Σ - prezanton shumën e përgjithshme të vlerave.

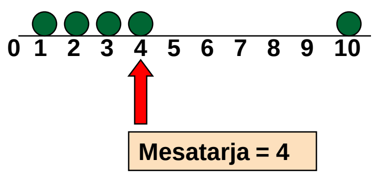
11

Mesatarja aritmetike

- Matësi më i shpeshtë i tendencës qendrore
- Mesatarja = Shuma e vlerave e ndarë për numrin e vlerave
- Ndikohet nga vlerat ekstreme



$$\frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$



$$\frac{1+2+3+4+10}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

Shembull 1

- Nga vlerat vijuese: 3, 8, and 4 llogaritni:
- a) mesataren aritmetike të thjeshtë dhe
- b) vërtetoni vetinë se:

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$$

Shembull 1, vazhdim

- a)

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{3+8+4}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

- b)

$$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = (3-5)+(8-5)+(4-5) = -2+3-1 = 0$$

Mesatarja aritmetike e ponderur/ për të dhënat e grupuara

- Mesatarja aritmetike e ponderuar është rast i veçantë i mesatares aritmetike dhe llogaritet në rastet kur ka disa vrojtime në të njejtën modalitet, gjegjësisht kur të dhënat grupohen në distribucionin e frekuencave.
- Mesatarja aritmetike e ponderuar llogaritet në rastet ku përveç vlerave të X janë edhe të dhënat për denduritë, gjegjësisht kur frekuencat nuk janë të barabarta , ashtu që njëri modalitet ***"peshon"*** me shumë e tjetri më pak.
- Mesatarja aritmetike e ponderuar quhet edhe mesatare aritmetike e ***"peshuar"***

Mesatarja aritmetike e ponderur/për të dhënat e grupuara

- Formula për llogaritjen e mesatares aritmetike të ponderuar është:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

- Simbolet:
- $\bar{X}$ (iks bar)-prezanton simbolin për mesataren aritmetike të mostrës
- **f**- frekuencat në çdo klasë/për cdo modalitet
- **fx** - është prodhimi i frekuencave f me vlerat e x
- **X** - prezanton vlerat individuale të çdo modaliteti
- **Σfx** - prezanton shumën e përgjithshme të këtyre produkteve.

Mesatarja aritmetike e ponderuar

- Llogaritet me formulën:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i X_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \ldots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots f_n}, ose$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

Shembull 2.

- Një spital punëson 200 infermiere. Prej tyre 50 janë ndihmëse të motrave, 50 të tjera janë në punë praktike dhe 100 të tjera janë motra të përhershme. Të parat marrin 8€ në ditë, të dytat 10 € kurse të tretat 14 € në ditë.

a) Sa është paga mesatare ditore?

b) Vërtetoni vetinë se: $\sum_{i=1}^{n} f(X_i - \bar{X}) = 0$

Shembull 2- vazhdim

- Tab.nr.1. Pagat e infermiereve

Pagat ($) (X)	Nr. i infermiereve (f)	(X)x(f)	(X-11,5) $\left(X-\bar{X}\right)$	$f\left(X-\bar{X}\right)$
8	50	400	-3.5	-175
10	50	500	-1.5	-75
14	100	1400	2.5	250
Σ	200	2300		0

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{2300}{200} = 11,5\$$$

Shembull 2- vazhdim

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{2300}{200} = 11,5\$$$

$$\boxed{\bar{X} = 11,5\$}$$

Mesatarja aritmetike te seritë me intervale Shembull 3

- Distribucioni i mëposhtëm prezanton numrin e ditëve të munguara për shkak të sëmundjes së punëtorëve të një firme.
- Brenda vitit, mesatarisht sa ditë kanë munguar punëtorët e kësaj firme?

Tab.nr.2. Ditët e munguara nga puna

Numri i ditëve të munguara	0-3	3-6	6-9	9-12	12-15	Σ
Nr. i të punësuarve	5	12	23	8	2	50

Shembull 3-vazhdim

- Tab.nr.2-vazhdim

Numri i ditëve të munguara (Grupet)	Nr. i të punësuarëve (f)	Mesi i intervalit (X)	(X) · (f)
0-3	5	1,5	**7.5**
3-6	12	4,5	**54**
6-9	23	7,5	**172,5**
9-12	8	10,5	**84**
12-15	2	13,5	**27**
Σ	50		**345**

Shembull 3-vazhdim

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{345}{50} = 6,9 \approx 7$$

$$\boxed{\bar{X} = 7}$$

Disa veti të mesatares aritmetike

- Mesatarja aritmetike është vlerë mesatare më e madhe se vlera minimale dhe më e vogël se vlera maksimale e të dhënave, gjegjësisht:

$$X_{\max} > \bar{X} > X_{\min}$$

- Çdo grumbull i të dhënave numerike ka mesatare.
- Të gjitha vlerat përfshihen në llogaritjen e mesatares aritmetike.
- Një grumbull i të dhënave ka vetëm një mesatare.

Disa veti të mesatares aritmetike

- **Nëse të gjitha vlerat e X-it janë të barabarta , gjegjësisht $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 .... = x_n$ atëherë mesatarja aritmetike ëstë e barabartë me vlerën e X-it.**
- **Nëse $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 .... = f_n$, atëherë mesatarja aritmetike e ponderuar është e barabartë me mesataren aritmetike të thjeshtë.**
- **Zakonisht mesatarja aritmetike është e ndikuar nga vlera maksimale dhe minimale.**

Disa veti të mesatares aritmetike

- **Mesatarja aritmetike është e vetmja mesatare në të cilën shuma e devijimeve nga çdo vlerë është gjithmonë e barabartë me zero:**
- **Te seritë thjeshta:** $$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X}) = 0$$
- **Te seritë e ponderuara :** $$\sum_{i=1}^{n} f(X_i - \bar{X}) = 0$$

Disa veti të mesatares aritmetike

- **Shuma e devijimeve të ngritura në katror të gjitha vlerave nga vlera mesatare e tyre është minimale , gjegjësisht më e vogël se shuma e devijimeve të ngritura në katror të vlerave individuale nga cilado vlerë tjetër e marrë.**
- **Te seritë thjeshta:** $$\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 = \min$$
- **Te seritë e ponderuara :** $$\sum_{i=1}^{n} f(X_i - \bar{X})^2 = \min$$

Mesatarja gjeometrike

- Mesatarja gjeometrike përdoret për gjetjen e mesatares së përqindjeve, normave, indekseve ose normën e rritjes.
- Ka aplikim të gjerë në biznes dhe ekonomi sepse ata janë të interesuar në gjetjen ndryshimit të shitjeve në përqindje, në paga, të kategorive të ndryshme ekonomike si Bruto Produkti Kombëtar, etj.

Mesatarja gjeometrike

- Mesatarja gjeometrike mund të jetë:

- ***e thjeshtë (për të dhënat e pagrupuara)***
- ***e ponderuar*** (**për të dhënat e grupuara**)

Mesatarja e thjeshtë gjeometrike

- Mesatarja gjeometrike (G) e një grumbulli **n** të dhënave është rrënja **n** e prodhimit të **n** numrave.
- Formula për mesataren e thjeshtë gjeometrike është:
- $$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)\ldots(X_n)},\ ose$$
  $$G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} X_i}$$
- Mesatarja gjeometrike përdoret për gjetjen e përqindjeve mesatare, indekseve mesatare dhe numrave të tjerë relativ.

Shembull 6. Gjeni mesataren gjeometrike për numrat: 2, 4, 6, 5

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)....(X_n)}$$

$$G = \sqrt[4]{2x4x6x5} = \sqrt[4]{240}$$

$$G = \sqrt[4]{240} / \log$$

$$\log G = \frac{1}{4}\log 240 = \frac{1}{4} x 2{,}38 = 0{,}54$$

$$\log G = 0{,}54 / anti \log$$

$$G = 3{,}89$$

Mesatarja gjeometrike e ponderuar

- Llogaritet sipas formulës:

$$G = \sqrt[\sum f]{(X_1^{f_1})(X_2^{f_2})(X_3^{f_3})....(X_n^{f_n})} / \log$$

$$\log G = \frac{1}{\sum f}\left(f_1 \log x_1 + f_2 \log x_2 + f_3 \log x_3 + ... + f_n \log x_n\right)$$

Mesatarja gjeometrike

Te dhenat e pagrupuara

$$G = \sqrt[n]{(x_1 x_2 x_3 \cdots\cdots\cdots\cdots x_n)}$$

$$G = AntiLog\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} Log\ x_i\right)$$

Te dhenat e grupuara

$$G = \sqrt[\Sigma f]{\left(X^{f_1})(X^{f_2})(X^{f_3})....(X^{f_n}\right)}$$

$$G = AntiLog\left(\frac{1}{\Sigma f}\sum_{i=1}^{n} f_i\ Log\ x_i\right)$$

Mesatarja gjeometrike e ponderuar

- Shembull 7. Për të dhënat në vijim llogaritni mesataren gjeometrike:

x	2	4	5	3	Σ
f	5	2	6	4	17

$$G = \sqrt[\Sigma f]{\left(X^{f_1})(X^{f_2})(X^{f_3})....(X^{f_n}\right)}$$

$$G = \sqrt[17]{\left(2^5)(4^2)(5^6)(3^4\right)} / \log$$

$$\log G = \frac{1}{17}\left(5\log 2 + 2\log 4 + 6\log 5 + 4\log 3\right)$$

Shembull 7-vazhdim

$$\log G = \frac{1}{17}(5\log 2 + 2\log 4 + 6\log 5 + 4\log 3)$$

$$\log G = \frac{1}{17}(5x0,30 + 2x0,60 + 6x0,699 + 4x0,48)$$

$$\log G = \frac{1}{17}(1,5 + 1,2 + 4,194 + 1.92)$$

$$\log G = \frac{1}{17}(8,814)$$

$$\log G = \frac{8,814}{17} = 0,5185 / anti\log \longrightarrow G = 3,2996 \approx 3,3$$

$$\boxed{G = 3,3}$$

Mesatarja geometrike – Norma mesatare e zhvillimit

- Shembull 8. Firma “Dardania” gjatë periudhës 2001-2005 ka realizuar prodhimtari si në tabelën vijuese (prodhimi i shprehur në tonelata)

Vitet	Prodhimi/ton
2001	500
2002	700
2003	600
2004	500
2005	800

Sa është norma mesatare e shtimit për një vit?

Shembull 8-vazhdim

- Së pari gjemë koeficientët zingjir $k_1, k_2 \ldots$

$$k_1 = \frac{700}{500} = 1{,}4$$

$$k_2 = \frac{600}{700} = 0{,}85 \ldots\ldots$$

Vitet	Prodhimi/ton	Koeficientët zingjir (k)
2001	500	-
2002	700	1,4
2003	600	0,85
2004	500	0,833
2005	800	1,6

$$G = \sqrt[n]{(k_1)(k_2)(k_3)\ldots(k_n)}$$

$$G = \sqrt[4]{(1{,}4)(0{,}85)(0{,}8333)(1{,}6)}$$

Shembull 8-vazhdim

$$G = \sqrt[4]{(1{,}4)(0{,}85)(0{,}8333)(1{,}6)}$$

$$G = \sqrt[4]{1{,}6} \,/\log$$

$$\log G = \frac{1}{4}\log 1{,}6$$

$$\log G = \frac{0{,}20412}{4} = 0{,}05103$$

$$\log G = 0{,}05103 \,/\, anti\log$$

$$G = 1{,}125x100 = 112{,}5$$

$$Nmzh = 112{,}5 - 100 = 12{,}5\%$$

$$Nmzh = 12{,}5\%$$

Shembull 8-vazhdim

- Normën mesatare të shtimit mund ta gjejmë edhe përmes formulës vijuese:

$$Nzh = \sqrt[n-1]{\frac{N_n}{N_1}}$$

$$Nzh = \sqrt[5-1]{\frac{800}{500}}$$

$$Nzh = \sqrt[4]{1,6} \,/\log$$

$$Nzh = \sqrt[4]{1,6} \,/\log$$

$$\log Nzh = \frac{0,20412}{4} = 0,05103 \,/\, anti\log$$

$$Nzh = 1,125x100 = 112,5$$

$$Nzh = 112,5 - 100 = 12,5$$

$$\boxed{Nzh = 12,5}$$

Mesataret e pozicionit

- Mesataret e pozicionit për dallim nga mesataret algjebrike gjinden në bazë të pozitës që e marrin në serinë statistikore.
- Te këto mesatare nuk kanë ndikim vlerat ekstreme, gjegjësisht vlerat minimale dhe maksimale.
- Në mesatare të pozicionit bëjnë pjesë:

- ***Mediana***
- ***Moda***

Madhësi të tjera të pozicionit

- ***Kuartilet -*** i ndajnë të dhënat e serisë në katër pjesë të barabarta
- ***Decilet- i ndajnë të dhënat në 10 pjesë të barabarta***
- ***Percentilet- i ndajnë të dhënat në 100 pjesë të barabarta***

41

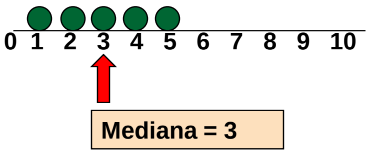
Mediana/Mesorja

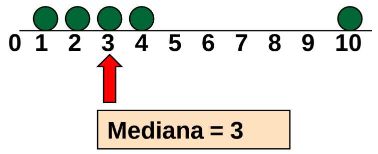
- Mediana: Vlera e mesit e vlerave të caktuara pasi ato të jenë renditura prej vlerës më të ulët deri te vlera më e lartë ose prej vlerës më të lartë deri te vlera më e ulët.
- Numri i vlerave është i njejtë mbi dhe nën vlerën e medianës
- *Shënim*: Nëse vlerë e mesit paraqiten dy vlera , atëherë mediana është mesatare aritmetike e thjeshtë e atyre dy vlerave.

42

Mediana

- Në një varg të numrave të renditur sipas madhesisë, mediana është numri i mesit (50% mbi dhe 50% nën)





- Nuk ndikohet nga vlerat ekstreme

Gjetja e medianës

- Pozita e medianes:

$$\text{Pozita e medianes} = \frac{n+1}{2} \quad \text{pozita ne te dhenat e rregulluara}$$

  - Nëse numrii të dhënave ështe tek, mediana është numri i mesit
  - Nëse numri i te dhënave eshtë qift, mediana është mesatare e dy numrave të mesit.

- Keni kujdes : $\frac{n+1}{2}$ nuk është ***vlera e medianës*** , por vetëm ***pozita e medianës*** (vendi ku gjindet mediana) në të dhënat e rregulluara.

Mediana

Shembull 1.

- Llogaritni medianën për këto të dhëna:

Mosha e pesë studentëve është: 21, 25, 19, 20, dhe 22 vjet.

- Rregullimi i të dhënave sipas madhësisë është:
- **19, 20, 21, 22, 25.**

Pra, mediana është 21.

Shembull 2.

- Pesha e katër studentëve (në kg) është : 76, 73, 80, dhe 75.
- Regullimi i të dhënave sipas madhësisë është:
- **73, 75, 76, 80**. Pra mediana është 75,5 $Me = \frac{75+76}{2} = 75,5$

Mediana për të dhënat e grupuara

- Mediana për të dhënat e grupuara në distribucionin e frekuencave llogaritet si vijon:
- Së pari, gjejmë frekuencat kumulative;
- Së dyti, gjejmë rangun e medianës : $R_{me} = \frac{\sum F}{2}$
- **Shembull 3.** Për të dhënat në vijim gjeni medianën :

Mosha	18	20	25	40	50	60	
Nr. i punëtorëve (f)	10	15	20	30	15	5	95

Mediana për të dhënat e grupuara

Mosha	Nr. i punëtorëve (f)	Frekuencat kumulative
18	10	10
20	15	25
25	20	45
40 (**Me**)	30	75 (R_{me} 47,5)
50	15	90
60	5	95
Σ	**95**	

$$R_{me} = \frac{\sum F}{2} = \frac{95}{2} = 47,5$$

$$Me = 40$$

Mediana për të dhënat e grupuara / seritë me intervale

- Mediana per seritë e ponderuara llogaritet me formulën:

$$Me = X_1 + \left(\frac{X_2 - X_1}{w_2 - w_1} \right) . \left(\frac{\Sigma f}{2} - w_1 \right)$$

- Simbolet e formulës prezantojnë :

- Me – simboli për medianën
- X_1 – limiti i fillimit të intervalit medial
- X_2 _ limiti i fundit të intervalit medial
- w_1 – frekuenca kumulative mbi intervalin medial
- w_2- frekunca kumulative e intervalit medial

Mediana për të dhënat e grupuara / seritë me intervale

- Mediana te seritë me intervale mund të llogaritet edhe përmes kësaj formule:

$$Me = X_1 + \frac{\Sigma f / 2 - w_1}{f_{me}} \cdot d$$

Simbolet e formulës prezantojnë :

Me – simboli për medianën
X_1 – limiti i fillimit të intervalit medial
w_1 – frekuenca kumulative mbi intervalin medial
f_{me}- frekunca absolute e intervalit medial
d - gjerësia e intervalit medial

Mediana për të dhënat e grupuara / seritë me intervale

Shembull 4 Për të dhënat në vijim gjeni medianën (Me**)**

Grupet	**Frekuencat**	**Frekuencat kumulative**
0-5	2	**2**
5-10	7	**9** (W_1)
(X_1)10-15 (x_2)	12	**R_{me}=15** **21** (W_2)
15-20	6	**27**
20-25	3	**30**
Σ	**30**	

$$Me = X_1 + \left(\frac{X_2 - X_1}{w_2 - w_1} \right) . \left(\frac{\Sigma f}{2} - w_1 \right)$$

$$R_{me} = \frac{\Sigma f}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$Me = 10 + \left(\frac{15-10}{21-9} \right) . (15-9) = 10 + \frac{5}{12} x6 = 10 + 2,5 = 12,5$$

$$Me = 12,5$$

Mediana te seritë me intervale

$$Me = X_1 + \frac{\Sigma f / 2 - w_1}{f_{me}} \cdot d$$

$$Me = 10 + \frac{15 - 9}{12} \cdot 5 = 12,5$$

Vetitë e medianës/mesorës

- Ekziston vetëm një medianë për një grumbull të të dhënave .
- Nuk ndikohet nga vlerat maksimale dhe minimale dhe për këtë është e përshtatshme dhe e besueshme për të treguar tendecën qendrore kur kemi kësi lloj raste.

{3, 4, 5, 6, 7} Mediana = 5

{3, 4, 5, 6, 700} Mediana = 5

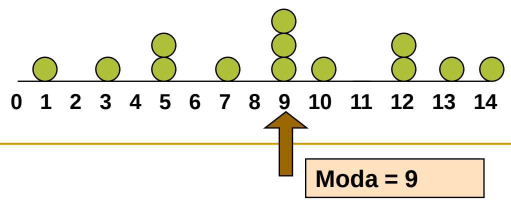
- Mund të llogaritet edhe në rastet kur kemi intervale të hapura me kusht që mediana të mos qëllojë në atë interval.

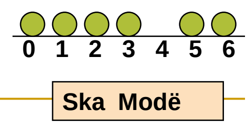
Moda

- Moda është vlera e vrojtimeve që shfaqet më së shpeshti, gjegjësisht vlera e karakteristikës që e ka frekuencën më të madhe.
- ***Te seritë e thjeshta nuk ka modë.***

- Shembull 2. : Sa është moda për secilën seri të numrave të dhënë:
- a) 5 20 125 150 450 (nuk ka modë)
- b) 5 **20** **20** 150 450 (**20**)
- c) **5** **5** **80** **80** 180 (**5 dhe 80**)-bimodale

Seritë me më shumë se dy moda quhen seri multimodale





Moda për të dhënat e grupuara.

- Shembull 6. Nga të dhënat e tabelës gjeni sa është moda

Mosha X	**Nr. i punëtorëve (f)**
18	10
20	15
25	20
40 M_0	**30 (f max)**
50	15
60	5
Σ	**95**

$$M_o = 40$$

Moda për të dhënat e grupuara/ Seritë me intervale

$$M_o = X_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} \cdot d$$

Simbolet e formulës prezantojnë:

- M_o- simboli për modën
- X_1 – limiti i fillimit të intervalit modal
- f_2– frekuenca e intervalit modal
- f_1 – frekuenca absolute mbi intervalin modal
- f_3 – frekuenca absolute nën intervalin modal
- d- gjerësia e intervalit

55

Moda për të dhënat e grupuara/ Seritë me intervale

- Shembull 7 . Nga të dhënat e tabelës gjeni sa është moda.

Grupet	Frekuencat	
0 - 5		2
5 - 10	f_1	7
10 - 15	f_2	12
15 - 20	f_3	6
20 - 25		3
Σ		30

$$M_o = X_1 + \frac{f_2 - f_1}{(f_2 - f_1) + (f_2 - f_3)} \cdot d$$

$$M_o = 10 + \frac{12-7}{(12-7)+(12-6)} \cdot 5 = 10 + \frac{5}{5+6} \cdot 5$$

$$M_o = 10 + \frac{25}{11} = 10 + 2,27 = 12,27$$

56

Karakteristikat e modës

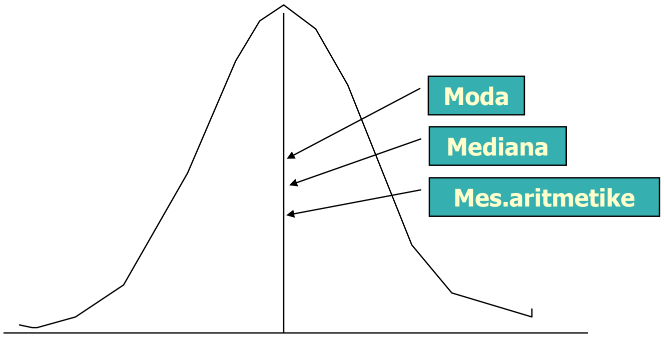
- Përdorim më i vogël
- E vetmja metodë për matjen e tendecës qendrore të të dhënave kualitative nominale.
- Mund të ketë distribucione me më shumë moda
- Mund të ketë distribucione pa modë.

Zgjedhja e mesatares nga të dhënat në distribucionin e frekuencave

- ***Në distribucionin normal, gjegjësisht simetrik të frekuencave*** ku të dy pjesët e poligonit të frekuencave janë plotësisht të njejta , të tri mesataret :aritmetike, moda dhe mediana janë të barabarta.
- Te distribucionet jo simetrike raportet në mes të këtyre tri mesatareve ndryshojnë.
- ***Në distribucionin asimetrik pozitiv në të djathtë*** mesatarja aritmetike është më e madhe në krahasim me medianën dhe modën, sepse mesatarja aritmetike është e ndikuar më shumë se moda dhe mediana nga disa vlera shumë të larta.
- ***Në distribucionin asimetrik negativ në të majtë***, mesatarja aritmetike është më e vogël se mesataret tjera , gjegjësisht mediana dhe moda sepse ajo është e ndikuar më shumë nga disa vlera shumë të vogla.
- **Nëse distribucioni është shumë asimetrik atëherë mesatarja aritmetike nuk është përfaqësuese e mirë e distribucionit.**

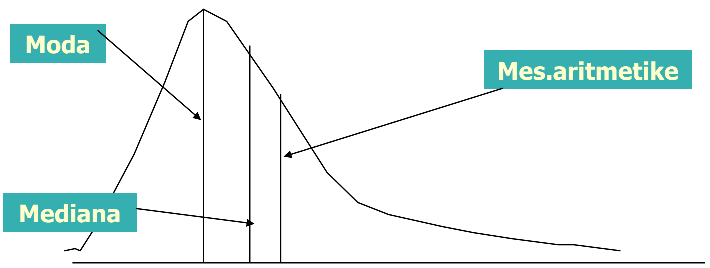
Distribucioni simetrik/normal

- “Asimetri zero”
- Moda = Mediana = Mes.aritmetike



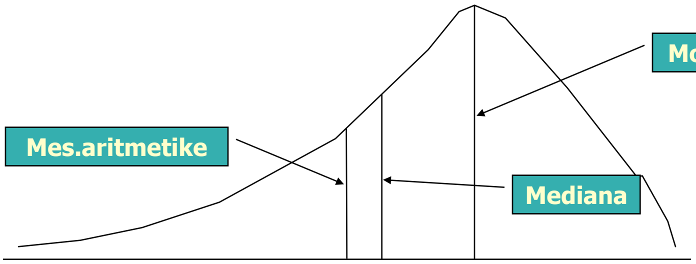
Distribucioni me asimetri në të djathtë

- “Asimetri pozitive”
  - Mes.aritmetike dhe Mediana janë në anën e djathtë të Modës.
  - Moda<Mediana<Mes.aritmetike



Distribucioni me asimetri në të majtë

- "Asimetri negative"
  - Mes.aritmetike dhe Mediana janë në anën e majtë të Modës.
  - Mes.aritmetike<Mediana<Moda



Shembull:

Rezultatet e testit nga provimi i statistikes. Gjeni mesataren aritmetike, modën , medianën dhe paraqitni grafikisht të dhenat permes poligonit të

frekuecave, cfarë shpërndarje ka seria.

Vrojtimi	Frekuenca
65	1
70	2
75	3
80	4
85	3
90	2
95	1

Llogaritja e mesatares aritmetike, modes dhe medianes

X	F	X*F	Fkumulative (nen)
65	1	**65**	1
70	2	**140**	3
75	3	**225**	6
80	**4**	**320**	10
85	3	**255**	13
90	2	**180**	15
95	1	**95**	16
	16	**1280**	

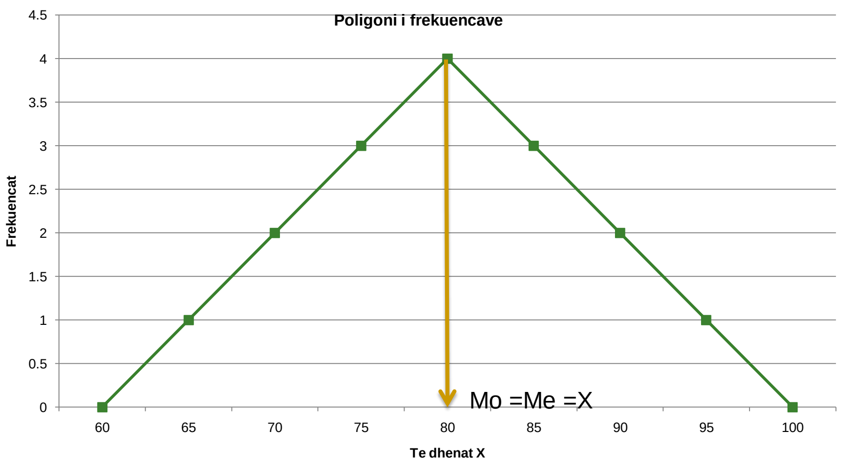
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{1280}{16} = 80 \qquad \bar{X} = 80$$

$$Me = 80$$

$$Mo = 80$$

$$Mo = Me = \bar{X} \ shperndarja \ simetrike$$

Poligoni i frekuencave
Shperndarja eshte plotesisht simetrike



Shembull

Çmimet e shtëpive:
$2,000,000
500,000
300,000
100,000
100,000
Shuma **3,000,000**

- **Mes.art.:** ($3,000,000/5) = **$600,000**
- **Mediana:** vlera e mesit e të dhënave të rregulluara = **$300,000**
- **Moda:** Vlera më e shpeshtë = **$100,000**

Madhësi të tjera të pozicionit të dhënave

Madhësi të tjera të pozicionit

Percentilet

E ndajnë serinë në 100 pjesë të barabarta

Kuartilet

- Kuartili i $1^{rë}$ = ¼ e të dhënave
- Kuartili i $2^{të}$ = ½ e të dhënave = medianën
- Kuartili i $3^{të}$ = ¾ e të dhënave

Kuartilet

- Kuartilet i ndajnë të dhënat në katër grupe

25%	25%	25%	25%

Q1 Q2 Q3

- Shembull: Gjeni kuartilin e parë

Të dhënat :	**11**	**12**	**13**	**16**	**16**	**17**	**18**	**21**	**22**

(n = 9)

Q1 = (n+1)/4 = (9+1)/4=2,5

(9+1)/4 = 2.5 pozita

Kështu që shfrtëzon vlerat në mes të 11 dhe 13 (12+13)/2=12.5

ashtu që **Q1 = 12.5**

Kuartili i parë dhe i tretë për të dhënat e grupuara

- Shembull 8. Nga të dhënat e tabelës gjeni sa është Kuartili i parë dhe Kuartili i tretë.

Grupet	**Frekuencat**	**Frekuencat kumulative**
0-5	2	2
5-10	7	9
10-15	12	21
15-20	6	27
20-25	3	30
Σ	**30**	

$$Q_1 = X_1 + \frac{\Sigma f / 4 - w_1}{f_{q_1}} \cdot d$$

$$R_{q_1} = \frac{\Sigma f}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

$$Q_1 = 5 + \frac{7,5-2}{7} \cdot 5 = 5 + \frac{5,5}{7} \cdot 5 = 5 + \frac{27,5}{7} = 5 + 3,9 = 8,93$$

$$Q_1 = 8,93$$

Quartili i tretë

$$Q_3 = X_1 + \frac{3\Sigma f / 4 - w_1}{f_{q_3}} \cdot d$$

$$R_{q3} = \frac{3\Sigma f}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$$

$$Q_3 = 15 + \frac{22,5 - 21}{6} \cdot 5$$

$$Q_3 = 15 + \frac{1,5}{6} \cdot 5 = 15 + \frac{7,5}{6} = 15 + 1,25 = 16,25$$

Konceptet kyçe

- Mesataret algjebrike
- Mesatarja aritmetike
- Mesatarja gjeometrike
- Norma mesatare e zhvillimit
- Mesataret e pozicionit
- Moda
- Mediana
- Kuartilet
- Decilet
- Percentilet
- Distribucioni simetrik
- Asimetri negative
- Asimetri pozitive